

## Využitie zaťažovacích spektier v procese návrhu zjednodušených skúšok stavebných strojov

LUDOVÍT JÁNOŠÍK\*, JURAJ BUKOVECZKY, LADISLAV GULAN

### Use of load spectra in the design process of simplified tests of building machines

In the system of product quality assessments, reliability assessment belongs to the most important ones. One of the reliability criteria is a structural life. In dynamically loaded structures, where it comes to accumulation of fatigue damage, life tests are an important part of new products development. It is inevitable to set effective procedures to verify the machine design even from the point of view of life evaluation. For this purpose, it is necessary to know a load of every structural element in its every kinematic point, as well as service loads in particular working regimes of a building machine. One of the ways to better characterize service load is the determination of load spectrum, i.e. to express cumulative counts and sizes of particular loads.

For speeding up a product development stages, it is necessary to develop methods of their testing in such a way that they shorten the time of products testing as much as possible.

**Key words:** loading spectra, catalogue of standard load spectra, load blocks, stress amplitude, period rate, Gauss distribution,  $p$ -value of block, simplified tests

#### 1. Úvod

V systéme hodnotenia kvality výrobku je možné medzi najdôležitejšie vlastnosti zaradiť spoľahlivosť, ktorá stále viac rozhoduje o konkurencieschopnosti a ekonomickej efektívnosti výrobku. Pri dynamicky namáhaných konštrukciách, kde dochádza ku kumulácii únavového poškodenia, sa pod spoľahlivosťou rozumie predovšetkým dosiahnutie predpokladanej životnosti konštrukcie, t. j. jej rozhodujúcich častí. Preto nevyhnutnou súčasťou vývoja nových výrobkov je skúška ich životnosti. Tá je podmienená úspešným vykonaním celého radu činností, zahŕňajúcich

---

Ústav dopravnej techniky a konštruovania, Slovenská technická univerzita v Bratislave, Nám. slobody 17, 812 31 Bratislava, Slovenská republika

\* Kontaktný autor, e-mail: ludovit.janosik@stuba.sk

rozbor prevádzkových činností, statický a dynamický výpočet (a na jeho základe určenie kritických miest a napätí), predikciu životnosti i jej experimentálne overenie pre prevádzkové podmienky. Pri stanovení efektívnych postupov, ktorými sa overujú výsledky úsilia konštruktérov, je neodmysliteľná výpočtová technika, ktorá z hľadiska rýchlosti i množstva spracovaných dát spĺňa náročné požiadavky. Už nie je problém vytvoriť reálny model celej konštrukcie, zaťažiť ju vstupnými silami, aby sa mohli vypočítať napätia na jednotlivých prvkoch konštrukcie, získané s veľmi vysokou presnosťou a zodpovedajúce skutočným napätiam. Napreduje i vývoj softvérových produktov na výpočet životnosti. Použitie moderných výpočtových metód a ich overenie laboratórnymi („stendovými“) skúškami si vyžaduje dokonalejšiu analýzu prevádzkových zaťažovacích procesov, teda ich čo najúplnejšiu charakteristiku, a na základe týchto charakteristík i reprodukciu.

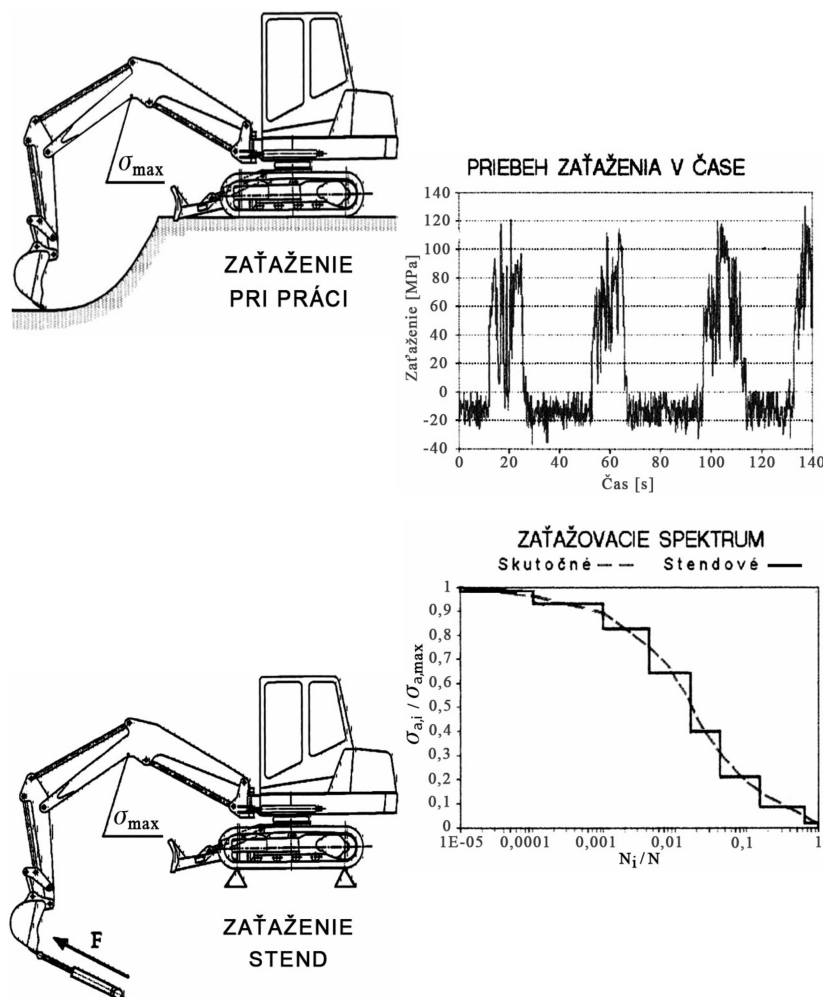
Cieľom príspevku je opísať základné tvary normovaných zaťažovacích spektier a ich vplyv na únavovú životnosť, čím je možné ďalej rozšíriť databázu zaťažovacích spektier o nové spektrá. Poznanie jednotlivých charakteristík dáva predpoklad správneho výberu zaťažovacieho stavu pri návrhu zjednodušených skúšok a pre potreby odhadu životnosti konštrukcie stavebných strojov. Na základe výsledkov (či už z hľadiska pevnosti, tuhosti alebo životnosti) sa môžu ďalej použiť optimalizačné programy, ktoré ponúknu zmenu tvaru skúmaného konštrukčného prvku. Sú to významné pomôcky konštruktéra na zefektívnenie jeho práce, čím sa podstatne urýchľuje vývoj nového stroja.

## 2. Návrh zjednodušených skúšok životnosti

Odhad životnosti sa nezaobíde bez experimentálneho overenia, ktorého výsledkom bude životnosť zariadenia v hodinách, kilometroch, príp. cykloch, pri zohľadnení prevádzkových podmienok. Zrýchľovaním etapy vývoja výrobkov je potrebné vypracovať metódu skúšania tak, aby celková doba skúšky bola čo najkratšia. Obrázok 1 znázorňuje metodiku „stendovej“ skúšky životnosti výložníka rýpadla v jeho kritickej oblasti. Skúška je náročná najmä z časového hľadiska, keďže ju nemožno urýchliť nadmerným „zagresívením“ zaťažovacej sily s ohľadom na životnosť ostatných modulov. Navyše, na skúšku je potrebný kompletný stroj. To nemusí vyhovovať dnešným podmienkam výroby, keď výrobný podnik často produkuje len určitý modul z celkovej zostavy. I vo veľkosériovej výrobe menších dielcov (typické pre automobilový priemysel) je potrebné kvalitatívne overenie každého *i*-tého dielu únavovou skúškou (napr. stabilizačná tyč podvozka). Práve zrýchlené únavové skúšky umožňujú pohotovo overiť životnosť jednotlivých modulov konštrukčnej zostavy samostatne a pomáhajú pri sledovaní kvality výrobku. Výsledná hodnota poškodenia v kritickom mieste samostatne testovaného konštrukčného modulu musí byť pritom zhodná s výsledkami testov celého zariadenia (obr. 2). Na to je nevyhnutné poznať silové zaťaženie konštrukčného prvku v každom kinematickom bode. Výber kinematického bodu (bodov) s najväčším vplyvom na poškodenie v kritickom

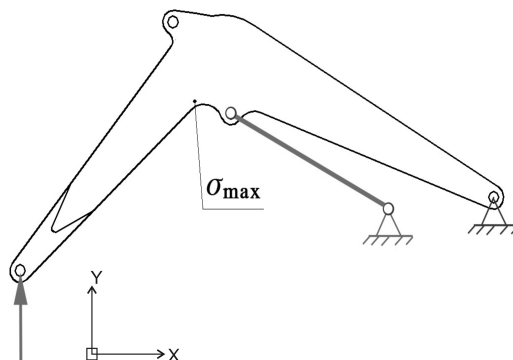
mieste skúmaného konštrukčného prvku zabezpečuje vhodný algoritmus, vytvorený v niektorom vývojovom prostredí (Eclipse, MATLAB).

Kritické miesto sa určí na základe pevnostných analýz MKP. Interpretácia výsledkov analýz MKP pri návrhu skrátených skúšok je možná len na základe vhodných experimentálnych podkladov a čo najpresnejšieho poznania a charakteristiky prevádzkového zaťaženia. Dôležitou súčasťou návrhu zjednodušených skúšok je voľba okrajových podmienok. Vychádza sa pritom z možností skúšobného „stendu“. Aby sa výsledky životnosti jednotlivých modulov pracovného stroja pri



Obr. 1. Princíp „stendovej“ skúšky životnosti výložníka s kompletným rýpadlom.

Fig. 1. Stand test principle of the life of boom on excavator.



Obr. 2. Príklad „stendovej“ skúšky životnosti samotného výložníka.

Fig. 2. An example of stand test for the life of boom alone.

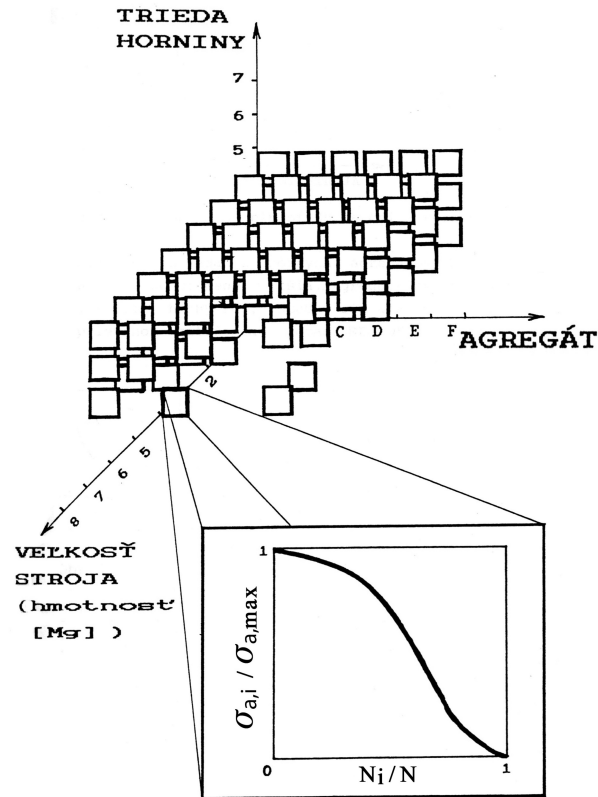
skrátенých skúškach čo najlepšie zhodovali s reálnymi hodnotami, dosiahnutými pri činnosti kompletného zariadenia v prevádzke, je nevyhnutné dodržať rovnaké zaťažovacie podmienky. Preto prvým krokom je získanie charakteristiky prevádzkového zaťaženia a jej vhodná interpretácia pre potreby skrátенých skúšok životnosti.

### 3. Zaťažovacie spektrum

Jedným zo spôsobov, ako najlepšie charakterizovať prevádzkové zaťaženie, je určenie zaťažovacieho spektra. Zaťažovacie spektrum patrí medzi základné vstupné údaje potrebné na dimenzovanie oceľových konštrukcií z hľadiska únavovej pevnosti. I pri skrátенých skúškach životnosti je problematika simulácií zaťažovacích procesov veľmi aktuálna a potrebná. Aby bol proces navrhovania i kontroly univerzálny, je potrebné vypracovať katalóg zaťažovacích spektier pre rôzne kategórie, či už stavebných, manipulačných, resp. dopravných strojov a zariadení. Údaje je potrebné neustále dopĺňať a katalóg rozširovať o nové spektrá. Charakteristika namáhania pre každé zariadenie i jeho jednotlivé moduly by boli pohotovo k dispozícii. Zároveň by boli významnou pomôckou konštruktéra, pretože by disponoval údajmi o charaktere náhodného namáhania už pri návrhu konštrukcie a mohol by efektívne zasiahnuť pri predikcii únavového poškodenia.

Na obr. 3 je príklad štruktúry databázy zaťažovacieho spektra pre rýpadlá [1]. Ide o trojrozmerné pole, ktorého hlavné osi predstavujú veľkosť rýpadla (podľa hmotnosti), triedu horniny a agregát stroja, t. j. časť pracovného zariadenia.

Veľkosť rýpadla, ako tvoriaci prvok poľa, vplyva na tvar zaťažovacích spektier najmä rozdielnou dĺžkou pracovného cyklu, druh agregátu ovplyvňuje priebeh zaťaženia najmä v oblasti veľkých relatívnych rozkmitov. Trieda horniny má približne



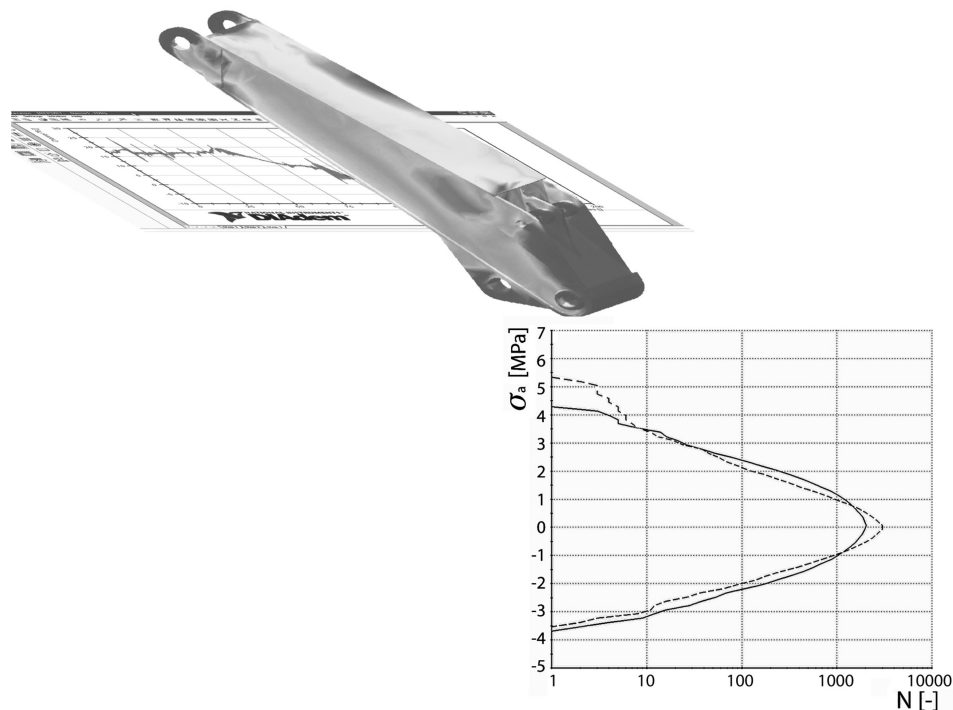
Obr. 3. Príklad štruktúry databázy zaťažovacích spektier pre kategóriu rýpadiel.

Fig. 3. An example of load spectra system for the class of excavators.

proporcionálny vplyv na časové priebehy zaťaženia. Pre rýpadlá sa uvažujú zvyčajne triedy hornín 3 až 5. Na základe týchto kritérií je možné vybrať z databázy charakteristické údaje zaťažovacieho procesu.

Zaťažovacie spektrum (kolektív namáhania) je možné získať vyhodnotením priebehu namáhania pomocou charakteristických parametrov. Ide najmä o metódu stekajúceho dažďa a metódu korelačnej matice maxim a miním. Z hľadiska únavovej životnosti sú najdôležitejšie:

- amplitúda relatívneho rozkmitu,
- počet zaťažovacích cyklov,
- stredná hodnota relatívnych rozkmitov,
- frekvencia.



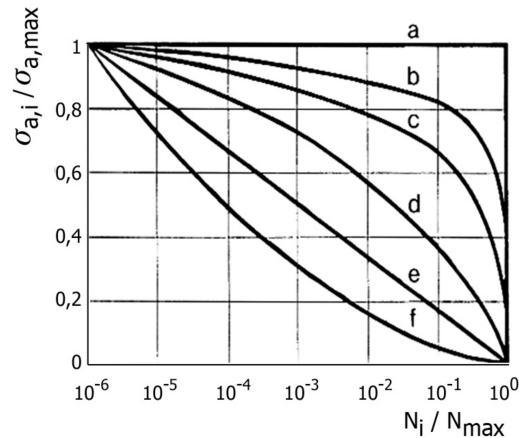
Obr. 4. Zafažovacie spektrum výložníka rýpadla.

Fig. 4. The load spectrum for the boom of excavator.

Prvé dva parametre majú rozhodujúci vplyv na únavovú životnosť. Na spracovanie nameraného prevádzkového zaťaženia diskretizačnými metódami je vyvíjaných niekoľko softvérov, napr. metódou Rain-flow (stekajúceho dažďa) ho rieši program Diadem alebo Inmes. Aj prostredie MatLab, príp. LabView, ktoré sa často používajú na spracovanie meracieho signálu, poskytuje možnosť naprogramovania ľubovoľnej spomenutej metódy. Výber metódy závisí od konkrétneho prípadu a od očakávanej presnosti výpočtu únavovej životnosti. Príklad spracovaného záznamu namáhania výložníka na zafažovacie spektrum metódou Rain-flow je na obr. 4.

#### 4. Tvary zafažovacích spektier a ich charakteristiky

Na ľahšie porovnanie viacerých zafažovacích spektier a ich systemizovanie v katalógu sa využíva tzv. jednotkové zafažovacie spektrum, ktoré má súradnicové osi ohraničené jednotkou. Na tieto osi sa vynáša relatívna početnosť prechodov  $N_i/N_{\max}$  a relatívna amplitúda napätia  $\sigma_{a,i}/\sigma_{a,\max}$ . Os počtu cyklov môže byť v dekadických alebo logaritmickej súradniciach.



Obr. 5. Typické tvary amplitúdových kolektívov.

Fig. 5. Typical forms of amplitude blocks.

Tieto zaťažovacie spektrá nadobúdajú rôzne tvary [2]. Hraničným prípadom je harmonické namáhanie. Ide o jednostupňové namáhanie s jednou amplitúdou počas celého zaťažovacieho procesu, typické pre Wöhlerove skúšky. V grafe zaťažovacích spektier (obr. 5, tvar „a“) je amplitúda znázornená ako horná hraničná úsečka všetkých foriem kolektívov namáhania.

Pri stochastickom priebehu namáhania sa tvary zaťažovacích spektier blížia k nasledujúcim typickým tvarom:

Tvar „d“ (obr. 5, tvar „d“) zodpovedá *Gaussovmu – normálnemu rozdeleniu*. Po jednostupňovom rozdelení je to druhá základná forma zaťažovacieho kolektívu, ktorá je typická najmä pre prípady náhodných procesov stacionárneho charakteru, t. j. procesov, ktorých štatistické charakteristiky sa časovo nemenia. Napríklad zaťaženie jednotlivých modulov rýpadla s rovnakou dĺžkou a s rovnakým charakterom pracovného cyklu, pracujúce v rovnakej triede horniny, alebo zaťaženie jednotlivých častí automobilu v dôsledku nerovnosti vozovky, pričom jednotlivé meracie úseky musia mať jednotné vlastnosti vozovky, rovnakú rýchlosť a zaťaženie vozidla.

Tvory „b“ a „c“ charakterizujú *zmiešané rozdelenie*, v ktorých sa Gaussovo rozdelenie a jednostupňové rozdelenie prekrývajú. Podľa STN 27 0103 (DIN 15018) zodpovedajú meraniam dynamického namáhania zvaraných konštrukcií žeriavov, prípadne mostov, tlakových nádob a potrubí [3, 4]. Túto normu môžeme v určitých priblíženiach aproximovať i na zvarané výložníky stavebných strojov.

Tvar „e“ predstavuje *lineárne rozdelenie* a tvar „f“ *log-normálne rozdelenie*. Obe rozdelenia sa využívajú pri zaťažení nestacionárneho charakteru, napr. práca rýpadla s rôznymi pracovnými cyklami v rôznych triedach horniny alebo jazda vozidla na rôznych typoch ciest meniacou sa rýchlosťou v závislosti od dopravnej

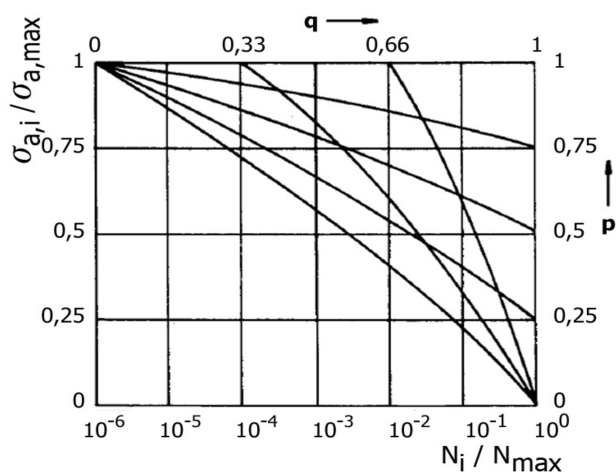
situácie a pod. Uvedené tvary vznikli ako obálka viacerých Gaussových rozdelení, pričom jednotlivé prekrývajúce sa procesy môžu prebiehať súčasne alebo po sebe.

Aby sa mohli zaviesť jednotné výpočtové smernice i „stendové“ skúšky, je potrebné zmiešané tvary zaťažovacích spektier („b“, „c“), ležiace nad krivkou normálneho rozdelenia „c“, nahradiť superpozíciou jednostupňového rozdelenia s normálnym rozdelením, a to nasledovne:

– Ak sa v priebehu zaťaženia vyskytuje amplitúda napätia prekračujúca určitú hodnotu (t. j. napätové špičky s rovnakou hodnotou), superpozícia bude v hornej amplitúdovej oblasti. Vyjadrenie je pomocou parametra  $q$  (obr. 6), ktorý zodpovedá pomeru počtu napätových špičiek s najväčšou hodnotou k rozsahu kolektívu.

– Ak je priebeh zaťaženia charakterizovaný špičkami napätí s rôznou hodnotou, s veľmi vysokou relatívnou početnosťou, superpozícia jednostupňového rozdelenia s normálnym rozdelením bude v hornej oblasti relatívnej početnosti. Ide napr. o namáhanie kozlíka nakladača s prázdnu lopatou alebo o zaťažovanie nosníka žeriava v závislosti od hmotnosti prázdnej mačky a pod. Vyjadrenie je pomocou parametra  $p$  (obr. 6). Uvedené tvary kolektívov spolu s kolektívami s hodnotami  $p$  a  $q$  sa stanovili tiež ako typizované zaťažovacie kolektívy pre laboratórne skúšky s blokovým zaťažením.

Vplyv tvarov zaťažovacieho kolektívu namáhania na životnosť konštrukcie je podložený rozsiahlymi skúškami a bol spracovaný v norme STN 27 0103 (DIN 15018), zaoberajúcej sa zvaranými konštrukciami žeriavov [5–7]. Norma je základom systematiky hodnôt  $p$  zaťažovacích kolektívov pre triedu žeriavov. Delí ich na nasledujúce normové spektrá:



Obr. 6. Štandardizované zmiešané tvary kolektívov.

Fig. 6. Standardized mixed shapes of blocks.



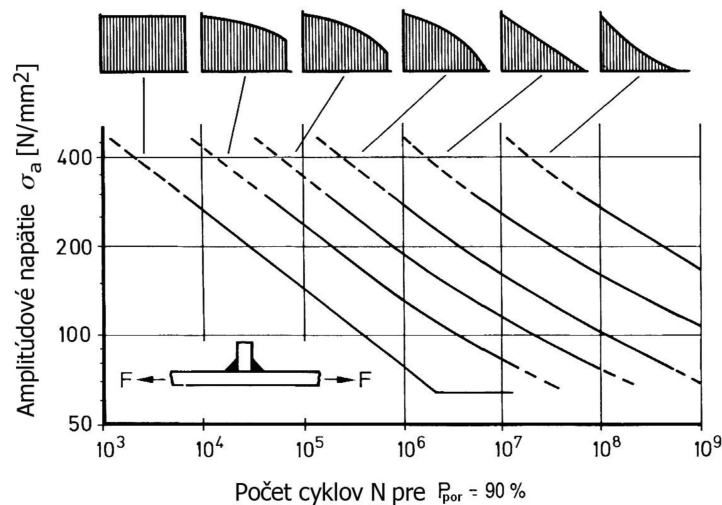
- S0 kolektív → veľmi ľahká prevádzka žeriava → zriedkavé plné zaťaženie →  $p = 0$ ,
- S1 kolektív → ľahká prevádzka žeriava → občasné plné zaťaženie →  $p = 1/3$ ,
- S2 kolektív → stredne ťažká prevádzka žeriava → časté plné zaťaženie →  $p = 2/3$ ,
- S3 kolektív → ťažká prevádzka žeriava → stále plné zaťaženie →  $p = 1$ .

Jednotlivým najpoužívanejším typom zváraného spoja a spôsobu jeho namáhania sú priradené zodpovedajúce vrubové skupiny. Na ich základe a na základe materiálových vlastností priradujú normy STN 27 7008 a STN 27 0103 Wöhlerove krivky životnosti pre pravdepodobnosť prežitia  $P_{por} = 90\%$  [6, 8], platné pre navrhovanie oceľových konštrukcií rýpadiel, nakladačov, zakladačov a žeriavov.

Z obr. 7 je zrejmé, že životnosť zváraného detailu namáhaného amplitúdou  $250 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  pre prvé a posledné normové spektrum je v rozpätí  $10^4$  až  $10^8$  cyklov. Preto je potrebné zaviesť ďalší parameter, ktorý bude zaťažovanie charakterizovať, a to plnosť zaťažovacieho spektra. Platí, že čím je vyššia plnosť spektra, tým je kratšia životnosť konštrukcie; to znamená, že obsahuje viac cyklov s relatívne väčšou amplitúdou v časovom priebehu namáhania.

Plnosť zaťažovacieho spektra určuje „agresivitu“ zaťaženia uvažovanej konštrukcie a vyjadruje sa pomocou súčiniteľa zaťažovacieho spektra, ktorého stanovenie z diskretných hodnôt je nasledujúce [2]:

$$V = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^k x_i^m \cdot n_i, \quad (1)$$



Obr. 7. Krivky životnosti zváraného spoja pre rôzne tvary zaťažovacieho kolektívu.

Fig. 7. Life curves of welded joint for various forms of load block.

kde  $m$  je exponent určujúci sklon Wöhlerovej krivky v logaritmickej súradniciach,  $N$  je celkový počet cyklov súboru,  $n_i$  je počet cyklov na  $i$ -tej hladine,  $x_i$  je relatívne napätie na  $i$ -tej hladine odčítané priamo z jednotkového zaťažovacieho spektra:

$$x_i = \frac{\sigma_{a,i}}{\sigma_{a,\max}}, \quad (2)$$

$k$  je počet stupňov zaťažovacieho spektra.

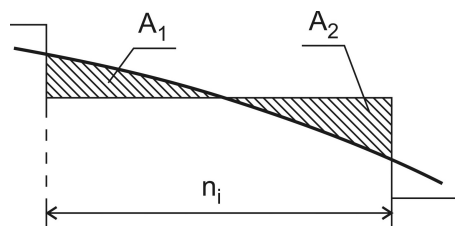
Pri jednostupňovom zaťažení (obr. 5, tvar „a“) nadobudne súčiniteľ zaťažovacieho spektra hodnotu 1. Okrem uvedeného hraničného prípadu závisí súčiniteľ nielen od tvaru zaťažovacieho spektra, ale aj od materiálovej konštanty, vyjadrujúcej sklon Wöhlerovej krivky. Takto vyjadrený súčiniteľ umožňuje porovnávať jednotlivé zaťažovacie režimy.

Pri úplnom opise jednotkového zaťažovacieho spektra musí byť uvedená dĺžka meraného záznamu (napr. v sekundách), celková početnosť prechodov makrobloku  $N_{\max} = \sum n_i$  (t. j. rozsah kolektívu), najvyššie hodnoty horného napätia  $\sigma_h$  a dolného napätia  $\sigma_d$  alebo maximálna amplitúda zaťaženia  $\sigma_{a,\max}$  spolu so súčiniteľom asymetrie cyklu  $R$  (tak vieme určiť aj príslušnú strednú hodnotu napätia  $\sigma_m$ ).

Na zjednodušenie výpočtu životnosti pomocou hypotéz kumulácie únavového poškodenia, a najmä na účely „stendových“ skúšok konštrukčných častí sa spojité zaťažovacie spektrum pretvára na ekvivalentné stupňovité spektrum. Musí byť pritom dodržaná jedna z nasledujúcich podmienok:

- odstupňovanie je podľa strednej hodnoty určitých úsekov, napr. medzi zmeňami rádu podľa rozkmitov,
- plochy nad hodnotou napätia a pod ňou majú byť rovnaké podľa obr. 8.

Existuje niekoľko teoretických prístupov, s akým odstupňovaním rozdeliť zaťažovacie spektrum. S ohľadom na možnosti skúšobného zariadenia sa volí najčastejšie medzi stupňami 2 až 10.



Obr. 8. Metodika nahradenia spojitého zaťažovacieho spektra.

Fig. 8. Methodology of substitution of continuous load spectrum.

Ak by sme chceli presnejšie charakterizovať zaťažovací proces pre celú životnosť zariadenia, je účelné metódami štatistiky vytvoriť takzvané rozšírené zaťažovacie spektrum (obr. 1). Opäť pre ľahšie vzájomné porovnávanie môže byť v jednotkovom tvare. Pritom treba zistiť pravdepodobnosť zachytenia jednotlivých hodnôt v základnom zaťažovacom spektre pomocou vzťahov pre poradovú pravdepodobnosť [2], definovanú podľa Rossowa:

$$P_{\text{por}} = \frac{3i - 1}{3w + 1}, \quad i = 1, \dots, w \quad (3)$$

alebo starší, často používaný vzťah podľa Weibulla:

$$P_{\text{por}} = \frac{i}{w + 1}, \quad i = 1, \dots, w, \quad (4)$$

kde  $i$  je poradie,  $w$  je celkový počet poradí, ktorý sa rovná počtu cyklov základného zaťažovacieho spektra alebo súboru.

Podľa práce [9] má zaťažovací súbor s normálnym rozdelením zachytiť pravdepodobnosť asi  $P_{\text{por}} = 99,9999\%$ , čo zodpovedá zaťažovaciemu súboru s počtom prvkov  $N = 1 \times 10^6$ . S takouto pravdepodobnosťou sa vyskytne maximálna hodnota v zaťažovacom súbore jedenkrát. Po odhadnutí maximálnej hodnoty zaťaženia je potrebné potom určiť počty cyklov na jednotlivých hladinách zaťaženia pre rozšírený zaťažovací súbor. Výpočet počtu cyklov sa vykoná na základe predpokladu proporcionality medzi základným a rozšíreným zaťažovacím súborom.

Vychádza zo vzťahu (5):

$$N_{\text{R}i} = \frac{(3N_{\text{R}} + 1)P_i + 1}{3}, \quad (5)$$

kde  $i$  je poradie ( $i = 1, 2, \dots, w$ ),  $w$  je celkový počet poradí (hladín),  $P_i$  je pravdepodobnosť výskytu na  $i$ -tej hladine,  $N_{\text{R}}$  je počet cyklov rozšíreného súboru ( $N_{\text{R}} = 1 \times 10^6$ ),  $N_{\text{R}i}$  je počet cyklov na  $i$ -tej hladine.

## 5. Záver

Nevyhnutnou súčasťou vývoja nových konštrukcií je odhad spoľahlivosti pre projektovaný technický život. Jedným z kritérií spoľahlivosti je životnosť konštrukcie, determinovaná jej kritickými miestami. Na odhad životnosti je potrebné poznať mieru poškodenia, ktorú je možné zistiť podľa rôznych hypotéz. Ak je k dispozícii priebeh zaťaženia vo forme blokov harmonických cyklov (resp. zaťažovacieho spektra), vieme toto poškodenie odhadnúť hypotézami kumulácie únavového poškodenia alebo určiť pomocou „stendových“ skúšok.

Aby sa splnili požiadavky kontroly kvality, je potrebné verifikovať vypočítané výsledky. Na uľahčenie i urýchlenie tohto procesu je vhodné navrhnúť takú metodiku zjednodušených únavových skúšok, ktorá umožňuje samostatne testovať konkrétny modul konštrukcie, pričom výsledky únavových skúšok daného modulu sa musia zhodovať so skúškou celej konštrukcie. Základným predpokladom návrhu zjednodušených skúšok je vhodné definovanie zaťažovacích podmienok. Príspevok prezentuje možnosť pohotového zostavenia zaťažovacieho priebehu na základe údajov z katalógu zaťažovacích spektier. Ak je známy proces namáhania konštrukcie,

môže byť zaťažovacie spektrum navrhnuté analyticky pomocou niektorých zo zákonov rozdelenia alebo zvolený z typizovaných zaťažovacích kolektívov. Toto sa niekedy uplatňuje napr. pri tlakových nádobách, žeriavoch, železničných mostoch atď. Zaťažovacie spektrá je možné získať aj meraním. Proces dopĺňania databázy katalógu takto získaných zaťažovacích spektier rozširuje katalóg o reálne prevádzkové zaťažovacie spektrá pre rôzne podmienky, technológie, nástroje a veľkosti pracovných strojov.

#### Podakovanie

Táto práca bola podporovaná Agentúrou na podporu vedy a výskumu prostredníctvom finančných podpôr č. APVT-20-008204, APVT-99-014304, APVV-0100-06 a Vedecou grantovou agentúrou prostredníctvom finančnej podpory VEGA 1/4116/07.

#### LITERATÚRA

- [1] ZÁCHENSKÝ, P.—BUKOVECZKY, J.: Mechanical Engineering, 51, 2000, s. 81.
- [2] HAIBACH, E.: Betriebsfestigkeit. Heidelberg, Springer-Verlag GmbH 2006, ISBN 3-540-29363-9.
- [3] ÉLESZTŐS, P.: In: Bulletin of the Transilvania University of Brasov. New Series, Series A-Mechanics. Brasov, Transylvania University of Brasov, 10, 2003, s. 9.
- [4] GASSNER, E.—GRIESE, F. W.—HAIBACH, E.: Archív Eisenhüttenwesen, 35, 1964, s. 255.
- [5] DIN 15 018 Žeriavy. Zásady pre ocelové nosné konštrukcie. 1984.
- [6] STN 27 0103 Navrhovanie ocelových konštrukcií žeriavov. 1991.
- [7] STN ISO 8686-1 (27 0110) Žeriavy. Zásady výpočtov zaťaženia a kombinácie zaťaženia. 1989.
- [8] STN 27 7008 Navrhovanie ocelových konštrukcií rýpadiel, nakladačov a zakladačov. 1991.
- [9] ŽÁK, I.—JEŽ, M.—FUKA, B.: Výzkum provozního zatížení stavebných a zemných strojů. Sestavení reprezentačních souborů provozního napětí. Analýza a vyhodnocení napětí předního rámu MKP. Číslo zprávy VZ-1968, Brno 1988.

*Rukopis dodaný: 28.3.2008*  
*Rukopis upravený: 16.7.2008*